

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА ТВЕРСКОЙ ОБЛАСТИ

ГБПОУ «Ржевский колледж»

**Рабочая тетрадь по геометрии**  
**по дисциплине «Математика: алгебра и начала математического**  
**анализа, геометрия»**

2021 г.

*февр. № 1091*

ОДОБРЕНА  
цикловой комиссией  
общеобразовательных  
дисциплин

Протокол № 5 от  
«05» 01 2020 г.

Председатель цикловой  
комиссии



---

/Булгаирова Т.В./

Учебное пособие составлено в соответствии с ФГОС СПО. Данный проект предусматривает целенаправленную подготовку обучающихся к экзамену по математике, а также для самостоятельного контроля знаний, повторения всего курса математика и систематической тренировки.

Пособие предназначено студентам 1 курса, а также преподавателям математики СПО.

Преподаватель ГБПОУ «Ржевский колледж»

Т.В. Булгаирова

## Аннотация

Цель данного пособия - помочь обучающимся проверить уровень знаний по математике, а преподавателям - выявить пробелы в знаниях студента и отработать те задания, в которых допускается больше всего ошибок. Подбор тестовых заданий позволит как обучающимся, так и преподавателям научиться выявлять критерии оценивания, акцентировать внимание на формулировках ряда заданий и избегать ошибок. Решения выполняются в рабочей тетради, экономит время студента.

Использовать представленную рабочую тетрадь можно как в учебной аудитории, так и дома. Предлагаемые в пособии задания ориентированы на учебник Л.С.Атанасян и др. «Геометрия 10-11 классы».

## Содержание

1. Введение

2. Многогранники

§ 1. Призма. Площадь поверхности призмы

§ 2. Пирамида. Усеченная пирамида. Площадь поверхности пирамиды

3. Тела вращения

§ 1. Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра

§ 2. Конус. Площадь поверхности конуса

§ 3. Шар. Сфера. Поверхность шара

## Введение

Тетрадь с проверочными заданиями по стереометрии составлена в соответствии с требованиями к минимуму содержания и уровню подготовки выпускника по специальности.

В тетради содержатся задания вида «*Закончите предложения*», «*Тест*» и «*Решите самостоятельно*». В целом задания направлены на усвоение, осмысление базового теоретического материала и формирование умений по его реализации в процессе решения задач. Наличие комплекта тетрадей для всей группы позволит преподавателю оперативно провести занятие с конкретной дидактической целью. Предложенные задания условные и носят рекомендательный характер. Основное назначение тетради – обеспечение решения задач обучающимися на уроке и дома после ознакомления с новым учебным материалом, проверка полученных знаний.

Задания ориентированы на учебник «Геометрия 10-11» Л.С. Атанасян и др.

Тетрадь предназначена для студентов СПО.

# 1. Многогранники

## § 1. Призма. Площадь поверхности призмы

1. Закончите предложения

1 Призмой называется \_\_\_\_\_

2 Призма является прямой, если \_\_\_\_\_

3 Призма называется правильной, если \_\_\_\_\_

4 Призма называется наклонной, если \_\_\_\_\_

5 Высотой призмы называется \_\_\_\_\_

6 Боковой поверхностью призмы называется \_\_\_\_\_

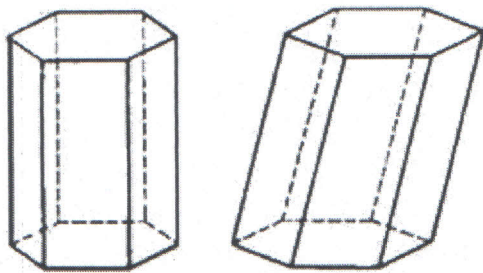
7 Площадь боковой поверхности прямой призмы равна \_\_\_\_\_

8 Площадью полной поверхности призмы называется сумма \_\_\_\_\_

9 Диагональю призмы называется \_\_\_\_\_

10 Диагональным сечением призмы называется \_\_\_\_\_

Сделать рисунок призмы и назвать основные её элементы.



2. Выбери верный ответ

### Вариант 1

1. Сколько ребер у шестиугольной призмы?

а) 18; б) 6; в) 24; г) 12; д) 15

2. Какое наименьшее число граней может иметь призма?

а) 3; б) 4; в) 5; г) 6; д) 9.

3. Выберите верное утверждение:

- А) у  $n$ -угольной призмы  $2n$  граней;  
Б) призма называется правильной, если ее основания – правильные многоугольники;  
В) у треугольной призмы нет диагоналей;  
Г) высота призмы равна ее боковому ребру;  
Д) площадью боковой поверхности призмы называется сумма площадей всех ее граней.

**4. Чему равны градусные меры двугранных углов, образованных боковыми гранями правильной пятиугольной призмы?**

- а)  $90^\circ$ , б)  $105^\circ$ , в)  $120^\circ$ , г)  $108^\circ$ , д)  $72^\circ$ .

### Вариант 2

**1. Сколько граней у шестиугольной призмы?**

- а) 6; б) 8; в) 10; г) 12; д) 16.

**2. Какое наименьшее число ребер может иметь призма?**

- а) 9; б) 8; в) 7; г) 6; д) 5

**3. Выберите верное утверждение:**

- А) у  $n$ -угольной призмы  $2n$  ребер;  
Б) площадью полной поверхности призмы называется сумма площадей ее боковых граней;  
В) у треугольной призмы две диагонали;  
Г) высота прямой призмы равна ее боковому ребру;  
Д) призма называется правильной, если в основании лежит правильный многоугольник.

**4. Чему равны градусные меры двугранных углов, образованных боковыми гранями правильной шестиугольной призмы?**

- а)  $72^\circ$ , б)  $108^\circ$ , в)  $90^\circ$ , г)  $120^\circ$ , д)  $105^\circ$ .

### 3. Выполни задания

#### Вариант 1

- 1) Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если её наибольшая грань – квадрат.
- 2) В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 12 см и 5 см. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол в  $45^\circ$ . Найдите боковое ребро параллелепипеда.
- 3) Диагональ правильной четырехугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите площадь сечения, проходящего через сторону нижнего основания и противоположащую сторону верхнего основания, если диагональ основания равна  $4\sqrt{2}$  см.

## Вариант 2

- 1) Основание прямой призмы – треугольник со сторонами 5 см и 3 см и углом в  $120^\circ$  между ними. Наибольшая из площадей боковых граней равна  $35 \text{ см}^2$ . Найдите площадь боковой поверхности призмы.
- 2) Найдите высоту правильной четырехугольной призмы, если сторона основания 2 см, а диагональ составляет с плоскостью основания угол  $45^\circ$ .
- 3) Основанием прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  является прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $B$ . Через ребро  $BB_1$  проведено сечение  $BB_1D_1D$ , перпендикулярное к плоскости грани  $AA_1C_1C$ . Найдите площадь сечения, если  $AA_1=10 \text{ см}$ ,  $AD=27 \text{ см}$ ,  $DC=12 \text{ см}$ .

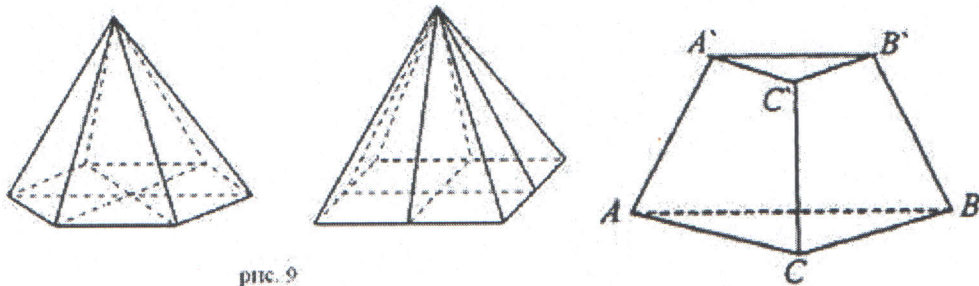
### § 2. Пирамида. Усеченная пирамида.

#### 1. Закончите предложения

- 1 Пирамидой называется \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- 2 Усеченная пирамида - это многогранник, \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- 3 Пирамида называется правильной, если \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- 4 Апофемой пирамиды называется \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- 5 Высотой пирамиды называется \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- 6 Боковой поверхностью пирамиды называется \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- 7 Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- 8 Площадью полной поверхности пирамиды называется \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- 9 Ребра правильной пирамиды \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- 10 Гранями правильной пирамиды являются \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- 11 Гранями усеченной пирамиды являются \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



Сделать рисунок пирамиды и назвать основные её элементы.



2. Тест по теме «Пирамида. Усеченная пирамида».

### Вариант 1

1. Все ребра правильной треугольной пирамиды равны между собой. Найдите косинус угла между боковой гранью и плоскостью основания.

а)  $\frac{5}{6}$ ; б)  $\frac{2}{3}$ ; в)  $\frac{1}{3}$ ; г)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

2. Найдите высоту треугольной пирамиды, если все её боковые ребра по  $\sqrt{40}$  см, а стороны основания равны 10 см, 10 см и 12 см.

а)  $\frac{\sqrt{15}}{4}$  см; б)  $\sqrt{2}$  см; в)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  см; г) 1,5 см.

3. Найдите площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, если диагональное сечение пирамиды - прямоугольный треугольник, площадь которого равна  $32 \text{ см}^2$ .

а)  $108 \text{ см}^2$ ; б)  $72\sqrt{2} \text{ см}^2$ ; в)  $64\sqrt{3} \text{ см}^2$ ; г)  $96 \text{ см}^2$ .

4. Основание пирамиды - ромб, каждая боковая грань образует с плоскостью основания угол, равный  $60^\circ$ . Найдите площадь основания пирамиды, если высота пирамиды 9 см, а один из углов ромба  $45^\circ$ .

а)  $120 \text{ см}^2$ ; б)  $72\sqrt{6} \text{ см}^2$ ; в)  $96\sqrt{3} \text{ см}^2$ ; г)  $108\sqrt{2} \text{ см}^2$ .

5. Стороны оснований правильной треугольной усеченной пирамиды авны 6 см и 12 см. Угол между плоскостями боковой грани и основания равен  $30^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности данной усеченной пирамиды.

а)  $36\sqrt{3} \text{ см}^2$ ; б)  $36 \text{ см}^2$ ; в)  $54 \text{ см}^2$ ; г)  $48\sqrt{3} \text{ см}^2$ .

## Вариант 2

1. Все ребра правильной треугольной пирамиды равны между собой. Найдите косинус угла между боковым ребром и плоскостью основания.

а)  $\frac{2}{3}$ ; б)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ; в)  $\frac{1}{3}$ ; г)  $\sqrt{3}$ .

2. Найдите высоту треугольной пирамиды, если все её боковые ребра по  $\sqrt{10}$  см, а стороны основания равны 5 см, 6 см и 5 см.

а) 0,75 см; б)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  см; в)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  см; г)  $\frac{\sqrt{15}}{8}$  см.

3. Найдите площадь боковой поверхности правильной четырехугольной пирамиды, если её диагональное сечение – равносторонний треугольник, площадь которого  $2\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>.

а)  $8\sqrt{2}$  см<sup>2</sup>; б)  $6\sqrt{5}$  см<sup>2</sup>; в)  $4\sqrt{7}$  см<sup>2</sup>; г) 12 см<sup>2</sup>.

4. Основание пирамиды – ромб, один из углов которого  $60^\circ$ . Каждая боковая грань образует с плоскостью основания угол, равный  $30^\circ$ . Найдите площадь основания пирамиды, если высота пирамиды равна 6 см.

а)  $256\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>; б)  $288\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>; в)  $240\sqrt{2}$  см<sup>2</sup>; г) 320 см<sup>2</sup>.

5. Стороны оснований правильной треугольной усеченной пирамиды равны 4 см и 8 см. Угол между плоскостями боковой и основания равен  $30^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности данной усеченной пирамиды.

а) 48 см<sup>2</sup>; б)  $24\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>; в) 24 см<sup>2</sup>; г)  $12\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>.

### 3. Выполни задания

#### Вариант 1

1. Высота правильной треугольной пирамиды равна  $a\sqrt{3}$ , радиус окружности, описанной около её основания, 2а. Найдите:

а) апофему пирамиды;

б) угол между боковой гранью и основанием;

в) площадь боковой поверхности;

г) плоский угол при вершине пирамиды;

д) площадь полной поверхности.

## Вариант 2

1. Апофема правильной четырехугольной пирамиды равна  $2a$ , высота пирамиды равна  $a\sqrt{2}$ . Найдите:

а) сторону основания пирамиды;

б) угол между боковой гранью и основанием;

в) площадь поверхности пирамиды;

г) высоту пирамиды;

д) расстояние от центра основания пирамиды до плоскости боковой грани.

## 2. Тела вращения

### § 1. Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра.

1. Закончите предложения.

Цилиндром называется тело, \_\_\_\_\_

Высотой цилиндра называется \_\_\_\_\_

Радиусом цилиндра называется \_\_\_\_\_

Осевое сечение цилиндра \_\_\_\_\_

Площадь боковой поверхности цилиндра равна \_\_\_\_\_

Осевое сечение цилиндра - \_\_\_\_\_

Осевые сечения цилиндра - \_\_\_\_\_

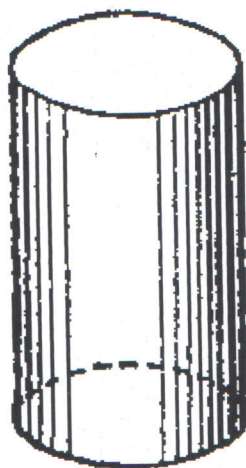
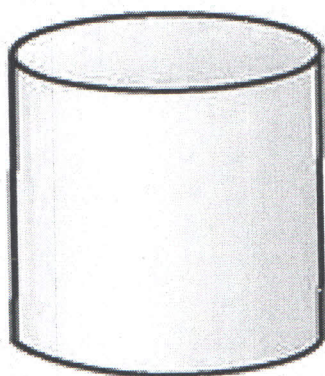
Площадь полной поверхности цилиндра равна \_\_\_\_\_

Основания цилиндра являются \_\_\_\_\_

и лежат \_\_\_\_\_

Образующие цилиндра \_\_\_\_\_

Нарисуйте цилиндр и обозначьте его элементы:



2 Тест по теме «Цилиндр».

1. Радиус основания цилиндра 3 см, высота 8 см. Чему равна диагональ осевого сечения?

А. 10 см

Б. 12 см

В. 11 см

2. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь которого  $36 \text{ дм}^2$ . Чему равна площадь основания цилиндра? (сделайте рисунок).

А.  $10\pi \text{ дм}^2$       Б.  $3\pi \text{ дм}^2$       В.  $9\pi \text{ дм}^2$

3. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 26 см, высота цилиндра – 24 см. Найдите площадь основания цилиндра.

А.  $25\pi \text{ см}^2$       Б.  $29\pi \text{ см}^2$       В.  $20\pi \text{ см}^2$

4. Высота цилиндра 8 см, радиус основания 1 см. Чему равна площадь осевого сечения?

А.  $9 \text{ см}^2$       Б.  $8 \text{ см}^2$       В.  $16 \text{ см}^2$

5. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите: 1) высоту цилиндра; 2) площадь основания цилиндра.

1) А.  $10\sqrt{2} \text{ см}$       Б.  $10 \text{ см}$       В.  $12 \text{ см}$   
2) А.  $40\pi \text{ см}^2$       Б.  $50\pi \text{ см}^2$       В.  $45\pi \text{ см}^2$

6. Площадь осевого сечения цилиндра равна  $10 \text{ м}^2$ , а площадь основания –  $5 \text{ м}^2$ . Найдите высоту цилиндра.

А.  $\sqrt{5}\pi$       Б.  $\sqrt{3}\pi$       В.  $\sqrt{2}\pi$

7. Чему равна площадь развёртки боковой поверхности цилиндра, радиус основания которого 2 см, высота – 10 см?

А.  $10 \text{ см}^2$       Б.  $20\pi \text{ см}^2$       В.  $40\pi \text{ см}^2$

---

---

---

1. Самостоятельная работа по теме «Цилиндр»

**Вариант 1**

- 1) Сечением цилиндра плоскостью, параллельной оси, служит квадрат, площадь которого равна  $20 \text{ дм}^2$ . Найдите площадь осевого сечения цилиндра, если его диагональ равна  $10 \text{ дм}$ .
- 2) Боковая поверхность цилиндра разворачивается в квадрат с диагональю равной  $\sqrt{2\pi}$  см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
- 3) Плоскость, параллельная оси цилиндра, отсекает от окружности основания дугу в  $120^\circ$ . Высота цилиндра равна  $5 \text{ см}$ , радиус цилиндра -  $2\sqrt{3}$  см. Найдите площадь сечения.

**Вариант 2**

- 1) Высота цилиндра  $16 \text{ см}$ , радиус основания  $10 \text{ см}$ . Цилиндр пересечен плоскостью параллельно оси так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от оси цилиндра до этого сечения.
- 2) Развертка боковой поверхности цилиндра служит прямоугольник, диагональ которого, равная  $12\pi$ , составляет с одной из сторон угол  $30^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности цилиндра, если его высота равна меньшей стороне развертки.
- 3) Сечение цилиндра плоскостью, параллельной оси, есть квадрат. Эта плоскость отсекает от окружности основания дугу в  $90^\circ$ . Радиус цилиндра равен  $4 \text{ см}$ . Найдите площадь сечения.

**§ 2. Конус. Усеченный конус. Площадь поверхности конуса**

1. Закончи предложение.

1) Конусом называется тело, \_\_\_\_\_

2) Высотой конуса называется \_\_\_\_\_

- 3) Ось конуса – это \_\_\_\_\_
- 4) Основанием конуса является \_\_\_\_\_
- 5) Осевым сечением конуса является \_\_\_\_\_
- 6) Площадь боковой поверхности конуса равна \_\_\_\_\_
- 7) Площадью полной поверхности конуса называется \_\_\_\_\_
- 8) Образующая конуса- \_\_\_\_\_
- 10) Осевым сечением усеченного конуса является \_\_\_\_\_
- 11) Площадь боковой поверхности усеченного конуса равна \_\_\_\_\_
- 12) Высотой усеченного конуса называется \_\_\_\_\_
- 9) Нарисуйте усеченный конус и отметьте на нем его основные элементы.

## 2. Математический диктант

### Вариант 1

1. Какая фигура получается в сечении конуса плоскостью, проходящей через ось конуса?
2. Какая фигура получается в сечении цилиндра, проходящей перпендикулярно оси цилиндра?
3. Что представляет собой сечение конуса плоскостью, проходящей через вершину конуса?
4. Чему равна площадь осевого сечения конуса, если его высота в 2 раза больше радиуса основания и равна 5 см?
5. Осевое сечение конуса представляет собой прямоугольный треугольник со стороной  $a$ . Чему равна высота конуса?

### Вариант 2

1. Какая фигура получается в сечении конуса плоскостью, проходящей перпендикулярно оси конуса?
2. Какая фигура получается в сечении цилиндра, проходящей через ось цилиндра?
3. Что представляет собой сечение конуса плоскостью, параллельной двум образующим конуса?
4. Чему равна площадь осевого сечения конуса, если осевым сечением конуса является прямоугольный треугольник, а радиус основания конуса 3 см?

5. Осевое сечение конуса представляет собой равносторонний треугольник с катетом  $a$ . Чему равна высота конуса?

3. Тест по теме «Конус»

1. Образующая конуса равна 7 см. Угол между образующими равен  $60^\circ$ . Чему равен диаметр основания?

А. 14 см      Б. 7 см      В. 3,5 см

---

---

---

2. Площадь осевого сечения конуса равна  $36 \text{ см}^2$ , высота конуса 12 см. Найдите радиус основания конуса.

А. 3 см      Б. 5 см      В. 8 см

---

---

---

3. Чему равна площадь боковой поверхности равностороннего конуса, если его образующая равна 12 см?

А.  $72 \text{ см}^2$       Б.  $72\pi \text{ см}^2$       В.  $36\pi \text{ см}^2$

---

---

---

4. В равностороннем конусе образующая равна 8 см. Чему равна площадь осевого сечения конуса?

А.  $15 \text{ см}^2$       Б.  $16 \text{ см}^2$       В.  $\approx 27,6 \text{ см}^2$

---

---

---

5. Площадь полной поверхности конуса равна  $136\pi \text{ см}^2$ , радиус основания – 6 см. Найдите площадь его боковой поверхности.

А.  $100 \text{ см}^2$       Б.  $100\pi \text{ см}^2$       В.  $130\pi \text{ см}^2$

---

---

---



#### 4. Самостоятельная работа по теме «Конус»

##### Вариант 1

- 1) Длина образующей конуса равна  $2\sqrt{3}$  см, а угол при вершине осевого сечения конуса равен  $120^\circ$ . Найдите площадь основания конуса.
- 2) Радиус основания конуса равен  $3\sqrt{2}$  см. Найдите наибольшую возможную площадь осевого сечения данного конуса.
- 3) Отрезок АВ - хорда основания конуса, причем  $МО=6\sqrt{2}$ , где М – вершина конуса. Найдите расстояние от точки О до плоскости, проходящей через точки А, В и М.
- 4) Прямоугольный треугольник с катетами, равными 3 и 4, вращается вокруг прямой, содержащей гипотенузу. Найдите площадь поверхности тела.
- 5) Длины окружностей оснований усеченного конуса равны  $4\pi$  и  $10\pi$ . Высота конуса равна 4. Найдите площадь поверхности усеченного конуса.

##### Вариант 2

- 1) Высота конуса равна  $4\sqrt{3}$  см, а угол при вершине осевого сечения равен  $120^\circ$ . Найдите площадь основания конуса.
- 2) Радиус основания конуса равен  $7\sqrt{2}$  см. Найдите наибольшую возможную площадь осевого сечения данного конуса.
- 3) Отрезок ДЕ – хорда основания конуса, которая удалена от оси конуса на 9 см.  $КО=3\sqrt{3}$  см. Найдите расстояние от точки О (центр основания конуса) до плоскости, проходящей через точки Д, Е и К.
- 4) Диагонали ромба равны 6 и 8. Этот ромб вращается вокруг прямой, содержащей одну из его сторон. Найдите площадь поверхности полученного тела.
- 5) Найдите радиусы основания усеченного конуса, если его боковая поверхность равна  $208\pi$ , образующая 13, а высота 5.

### §3. Шар. Сфера. Поверхность шара.

1. Закончите предложение.

Окружностью называется \_\_\_\_\_

Сферой называется поверхность, \_\_\_\_\_

Шаром - это тело \_\_\_\_\_

Уравнение сферы имеет вид \_\_\_\_\_

Сечение шара есть \_\_\_\_\_

Площадь сферы вычисляется по формуле \_\_\_\_\_

Нарисуйте сферу и обозначьте на нем основные элементы.

Если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы, то сечение сферы плоскостью есть \_\_\_\_\_

и  $R^2 - d^2$  \_\_\_\_\_ ( $>$ ,  $<$ ,  $=$ ) 0.

Если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы, то сфера и плоскость \_\_\_\_\_

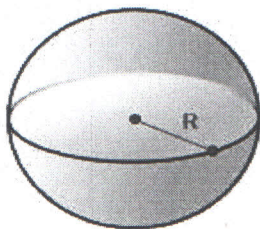
и  $R^2 - d^2$  \_\_\_\_\_ ( $>$ ,  $<$ ,  $=$ ) 0.

Если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы, то сфера и плоскость \_\_\_\_\_

и  $R^2 - d^2$  \_\_\_\_\_ ( $>$ ,  $<$ ,  $=$ ) 0.

Касательной плоскостью к сфере называется плоскость, \_\_\_\_\_

12). Большим кругом называется сечение \_\_\_\_\_



## 2. Тестовая работа по теме «Сфера и шар».

### Вариант 1

№ п/п	Вопрос	Решение
1	Найдите координаты центра и радиус сферы, заданной уравнением $(x-2)^2+(y+3)^2+z^2=25$	
2	Напишите уравнение сферы радиуса R с центром в точке A, если $A(2;0;-1)$ , $R=7$ .	
3	Проверьте, лежит ли точка A на сфере, заданной уравнением $(x+2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=1$ , если $A(-2;1;4)$	

4	Докажите, что данное уравнение $x^2+y^2+z^2+2x+2y=2$ является уравнением сферы, запишите координаты центра и радиус сферы.	
5	Точка А и В принадлежат шару. Принадлежит ли этому шару любая точка отрезка АВ?	
6	Сфера, радиус которой равен 10 см, пересечена плоскостью. Расстояние от центра сферы до этой плоскости равно 8 см. Найдите радиус окружности, получившейся в сечении.	
7	Найдите площадь сферы, радиус которой равен 5 см.	
8	Чему равна площадь сечения сферы плоскостью, проходящей через центр сферы, если площадь сферы равна $36 \text{ см}^2$ .	
9	Какие из данных точек принадлежат шару, если центр шара лежит в начале координат, а радиус равен 3 см? А(2;0;-1), В(2;2;-1), С(2;0;-2), Д(3;0;-1)	
10	Площадь одной сферы в 10 раз больше площади второй сферы. Во сколько раз радиус первой сферы больше радиуса второй?	

### Вариант 2

№	Вопрос	Решение
1	Найдите координаты центра и радиус сферы, заданной уравнением $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=16$ .	
2	Напишите уравнение сферы радиуса R с центром в точке А, если А(-2;1;0), R=6.	
3	Проверьте лежит ли точка А на сфере, заданной уравнением $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=4$ , если А(5;-1; 4).	
4	Докажите, что данное уравнение $x^2+y^2+z^2-$	

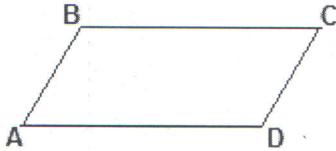
	$2x+2z=2$ является уравнением сферы, запишите координаты центра и радиус сферы.	
5	Могут ли все вершины прямоугольного треугольника с катетами 4 см и 3 см лежать на сфере радиуса 5 см?	
6	Сфера, радиуса которой равен 13 см, пересечена плоскостью. Расстояние от центра сферы до этой плоскости равно 12 см. Найдите радиус окружности, получившейся в сечении.	
7	Найдите площадь сферы, радиус которой равен 10 см.	
8	Чему равна площадь сечения сферы плоскостью, проходящей через центр сферы, если площадь сферы равна 48 кв.см.	
9	Какие из данных точек принадлежат шару, если центр шара лежит в начале координат, а радиус равен 5 см? $A(3;0;-4)$ , $B(3;3;-3)$ , $C(4;2;-2)$ , $D(5;0;-1)$	
10	Площадь одной сферы в 5 раз меньше площади второй сферы. Во сколько раз радиус первой сферы меньше радиуса второй?	

# ГЕОМЕТРИЯ 7-11



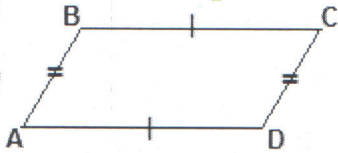
## СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ ПО ГЕОМЕТРИИ (ПЛАНИМЕТРИЯ)

### Определение параллелограмма.

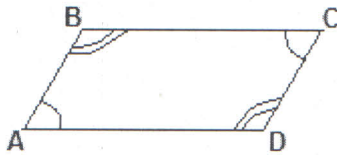


Параллелограмм — это четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны:  $AB \parallel CD$ ,  $AD \parallel BC$ .

### Свойства параллелограмма.

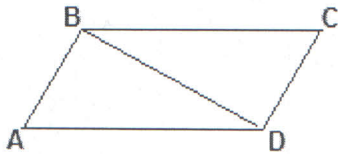


Противоположные стороны параллелограмма равны:  $AB = CD$ ,  $AD = BC$ .

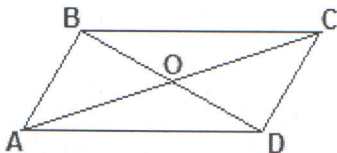


Противоположные углы параллелограмма равны:  $\angle A = \angle C$ ,  $\angle B = \angle D$ .

Сумма углов параллелограмма, прилежащих к одной его стороне составляет  $180^\circ$ . Например,  $\angle A + \angle B = 180^\circ$ .



Любая диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника.  $\triangle ABD = \triangle BCD$ .

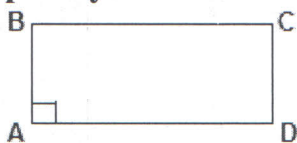


Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.  $AO=OC$ ,  $BO=OD$ .

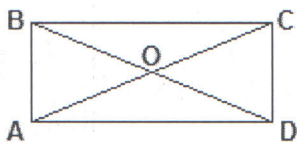
### Признаки параллелограмма.

- Если две противоположные стороны четырехугольника параллельны и равны, то этот четырехугольник — параллелограмм.
- Если противоположные стороны четырехугольника попарно равны, то этот четырехугольник — параллелограмм.
- Если диагонали четырехугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник — параллелограмм.

### Прямоугольник.



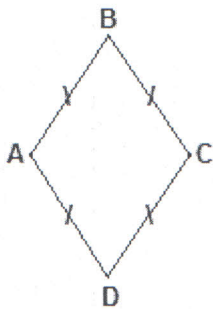
Прямоугольник — это параллелограмм, у которого все углы прямые.  $ABCD$  — прямоугольник. Прямоугольник обладает всеми свойствами параллелограмма. S



Диагонали прямоугольника равны.

$$AC=BD.$$

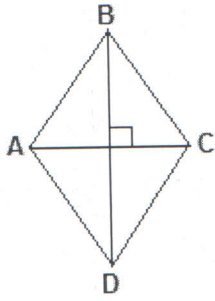
### Ромб.



Ромб — это параллелограмм, у которого все стороны равны.

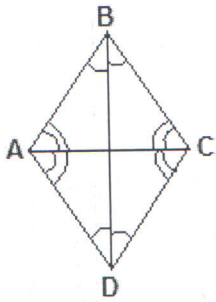
$ABCD$  — ромб.

Ромб обладает всеми свойствами параллелограмма.



$AC \perp BD$ .

Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.

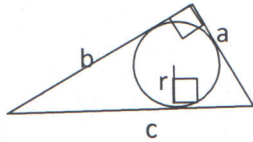
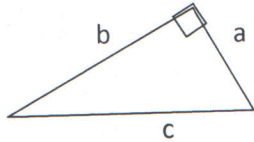


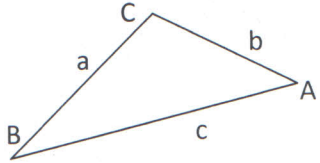
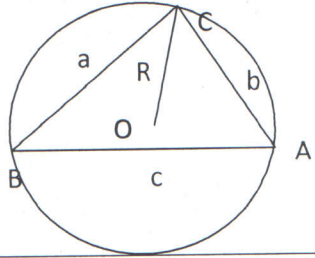
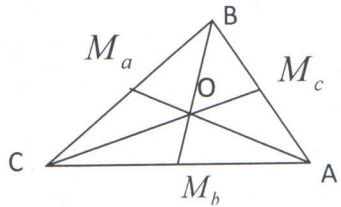
Диагонали ромба являются биссектрисами его углов.

### Теорема Пифагора

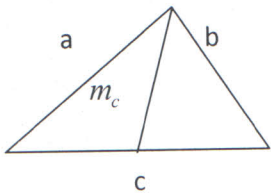
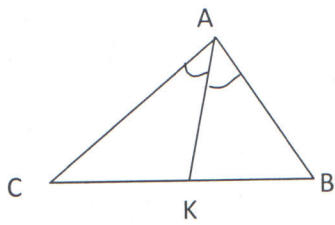
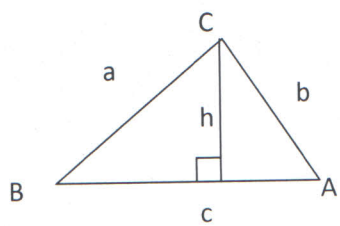
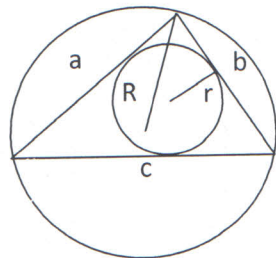
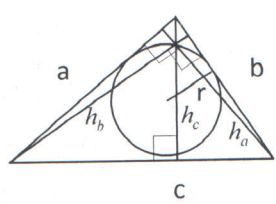
В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов:  $c^2 = a^2 + b^2$ .

Теорема Пифагора.	$a^2 + b^2 = c^2$	
Квадрат высоты, проведённой к гипотенузе	$h_c^2 = a_c \cdot b_c$	
Соотношение катета и его проекции.	$a^2 = c \cdot a_c$ $b^2 = c \cdot b_c$	
Зависимость между		

<p>сторонами и радиусами вписанной и описанной окружности.</p>	$R = \frac{c}{2}; r = \frac{a+b-c}{2};$ $r = \frac{a+b-\sqrt{a^2+b^2}}{2};$ $R+r = \frac{1}{2}(a+b)$	
<p>Площадь (S)</p>	$S = \frac{1}{2}ab$	

<p>Теорема косинусов</p>	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$	
<p>Связь соотношения сторон и вида треугольника</p>	<p>c – большая сторона треугольника, если <math>c^2 &gt; a^2 + b^2</math>, - то <math>\Delta</math> тупоугольный. если <math>c^2 &lt; a^2 + b^2</math>, - остроугольный. <math>c^2 = a^2 + b^2</math>, - прямоугольный</p>	
<p>Теорема синусов</p>	$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} =$ $= \frac{c}{\sin C} = 2R$	
<p>Свойство медиан треугольника</p>	$BO : OM_b =$ $= CO : OM_c =$ $= AO : OM_a = 2 : 1$	



Длина медианы треугольника	$m_c^2 = \frac{2b^2 + 2a^2 - c^2}{4}$	
Свойство биссектрисы треугольника	$\frac{CK}{KB} = \frac{AC}{AB}$	
Длина биссектрисы	$AK^2 = AC \cdot AB - CK \cdot KB$	
Площадь треугольника	$S = \frac{1}{2}ch = \frac{1}{2}ac \sin B =$ $= \frac{1}{2}bc \sin A$	
Формула Герона	$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ где $p = \frac{a+b+c}{2}$	
Площадь через радиус	$S = pr$ $S = \frac{abc}{4R}$	
Связь между высотами и радиусом вписанной окружности	$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$	

## **Заключение**

Процесс решения задачи представляет собой поиск выхода из затруднения или пути обхода препятствия, - это процесс достижения цели, которая первоначально не кажется доступной.

Решение задач – практическое искусство, подобное плаванию; научиться ему можно, только подражая хорошим образцам и постоянно практикуясь. Решение одной задачи несколькими способами полезнее, чем решение нескольких задач одним способом.

Свойства геометрических фигур находят большое применение в алгебре, информатике, физике, химии – вообще в повседневной жизни человека.

## Литература

1. Атанасян Л.С. «Геометрия» (10 – 11 кл.) – М.: Просвещение, 2015.
2. Богомолов Н.В. «Практические занятия по математике». – М.: Высшая школа, 2004.
3. Яковлев Г.Н. «Геометрия. Математика для техникумов» - М.: Наука, 2003.
4. Зив Б.Г. «Дидактические материалы по геометрии» - М.: Просвещение, 1998
5. Ершова А.П. Белобородько В.В. «Самостоятельные и контрольные работы» - М.: «Илекса», 2003.
6. Алтынов П.И. «Тесты по геометрии 10-11» М.: Дрофа, 1999